**Mate 4061** **Problemas de práctica 14**

1. Use separación de variables para hallar la solución de los siguientes IVP con $y(0) = 1$ y las siguientes ecuaciones diferenciales.

$$\text{(a) } y' = x \qquad \text{(b) } y' = 2(x+1)y \qquad \text{(c) } y' = 1/y^2$$

2. Aplique los métodos de Euler, punto medio y Heun (o Runge-Kutta de dos etapas) en el intervalo $[0, 1]$ con largo de paso $h = 1/4$ a los IVP del problema (1). Calcule $|y(1) - u(1)|$ para cada método.

3. Para el problema de valor inicial

$$y'(x) = f(x, y(x)), \quad a \leq x \leq b, \quad y(a) = y_0, \tag{1}$$

usando la fórmula general de métodos multipasos lineales

$$y_{n+k} = \alpha_{k-1} y_{n+k-1} + \ldots + \alpha_0 y_n + h\left(\beta_k f_{n+k} + \ldots + \beta_0 f_n\right), \tag{2}$$

donde $y_{n+j} = y(x_{n+j}); j = 0, 1, \ldots, k-1$, son dados,
encuentre valores de $\alpha$'s y $\beta$'s en (2) que le de un método lineal de dos pasos, implícito y de orden dos.

4. Verifique que el método

$$y_{k+2} = \frac{1}{2}\left(y_{k+1} + y_k\right) + \frac{h}{4}\left[4f(x_{k+2}, y_{k+2}) - f(x_{k+1}, y_{k+1}) + 3f(x_k, y_k)\right]; \quad k \geq 1,$$

es de orden dos y encuentre el término principal del error de truncación local.

5. Para el problema de valor inicial

$$y' = \lambda y \qquad y(0) = 1, \tag{3}$$

cuya solución es $y(x) = e^{\lambda x}$.

   (a) Escriba las iteraciones del método de Runge-Kutta de 4 etapas para el problema (3).

   (b) Verifique que el error de truncación local es $O(h^4)$.