

1. Use la fórmula de diferencia centrada para aproximar $f'(0)$, donde $f(x) = e^x$ para (a) $h = 0.1$ (b) $h = 0.01$ (c) $h = 0.001$.
2. Use la fórmula de diferencia progresiva para aproximar $f'(\pi/3)$, donde $f(x) = \sin x$, y encuentre el error de aproximación. Encuentre un intervalo para acotar el término del error y demuestre que el error de aproximación está dentro de ese intervalo. Use (a) $h = 0.1$ (b) $h = 0.01$ (c) $h = 0.001$.
3. Use la fórmula de diferencia centrada para la segunda derivada para aproximar $f''(1)$, donde $f(x) = x^{-1}$ para (a) $h = 0.1$ (b) $h = 0.01$ (c) $h = 0.001$. Encuentre el error de aproximación.
4. Encuentre el término del error y el orden para la fórmula de aproximación

$$f'(x) = \frac{4f(x+h) - 3f(x) - f(x-2h)}{6h}.$$

5. Desarrolle un método de cociente de diferencias de segundo orden para aproximar a $f'(x)$ que use los siguientes datos solamente: $f(x-h)$, $f(x)$ y $f(x+3h)$. Encuentre el término del error.
6. Pruebe que la siguiente fórmula para aproximar la tercera derivada es de orden dos

$$f'''(x) = \frac{-f(x-2h) + 2f(x-h) - 2f(x+h) + f(x+2h)}{2h^3} + O(h^2).$$

7. *Problema computacional.* Aproxime $f'(0)$, donde $f(x) = \sin x - \cos x$, usando el método de diferencia central con 12 valores de h , $h = 10^{-1}, 10^{-2}, \dots, 10^{-12}$. Haga una tabla que contenga los valores de h , los resultados de la aproximación y los errores de aproximación. Haga una gráfica de los resultados. ¿Concuerta el error mínimo obtenido con el esperado teóricamente?